

Esercitazione di laboratorio di matematica

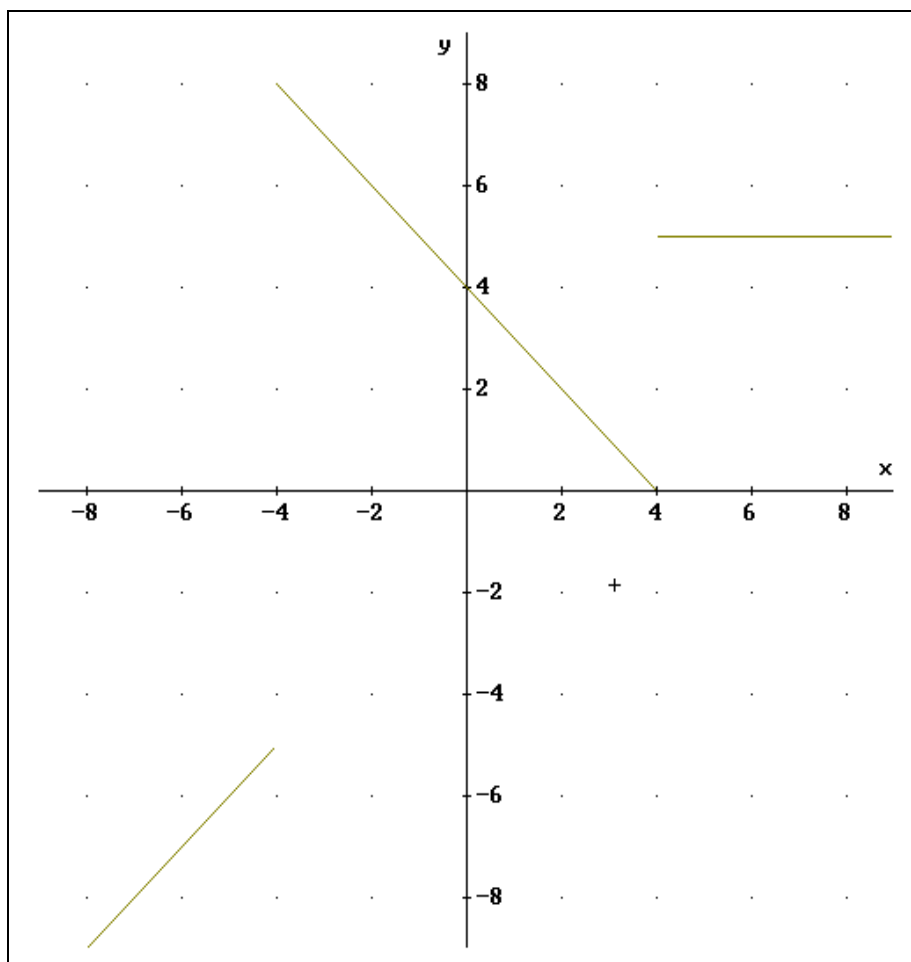
Funzioni definite a tratti

Obiettivo dell'esercitazione: costruire funzioni definite a tratti e disegnarne il grafico mediante il programma applicativo derive.

Teoria: Sia f funzione reale di variabile reale tale che:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{ll} x-1 & \text{per } x < -4 \\ -x+4 & \text{per } -4 \leq x \leq 4 \\ 5 & \text{per } x > 4 \end{array} \right.$$

Effettuiamo il grafico delle funzione :



Per costruire il grafico dobbiamo prima definire la funzione nell'ambiente derive. Per far questo utilizziamo l'espressione condizionale IF.

IF in Derive:

La forma generale dell'espressione IF è

(2) IF (test, then, else, unknown)

dove la clausola test è una condizione e le clausole then, else e unknown sono espressioni. Quando viene semplificata un'espressione IF, DERIVE valuta la clausola test per determinare se è verificata. Se è verificata, la clausola then viene semplificata e ritornata come valore dell'espressione IF. Se non è verificata, viene semplificata e ritornata la clausola else. Se il valore logico non può essere determinato, viene semplificata e ritornata la clausola unknown

Applichiamo quindi l'IF alla definizione della (1):

Dal menu' Dichiarazione – definisci funzione dichiariamo la seguente funzione:

$$f(x) := \text{IF}(x < -4, x - 1, \text{IF}(-4 \leq x \leq 4, -x + 4, 5))$$

dove, riferendoci alla (2):

$$\text{test} : x < -4, \text{ then: } x-1, \text{ else : } \text{IF}(-4 \leq x \leq 4, -x+4, 5)$$

else contiene l'IF annidato che a sua volta può essere scomposto in test, then e else. Notate che la clausola unknown non è stata utilizzata perché abbiamo suddiviso l'asse reale in insiemi disgiunti la cui unione dà l'asse reale stesso.

Un metodo alternativo è quello di definire una funzione di comodo $d(x)$ da utilizzarsi nella definizione della funzione principale. Per esempio, riferendoci sempre alla (1):

Dal menu' Dichiarazione – definisci funzione - dichiariamo la funzione di comodo $d(x)$:

$$d(x) := \text{IF}(-4 \leq x \leq 4, -x + 4, 5)$$

e poi di nuovo dal menu' Dichiarazione – definisci funzione - dichiariamo $f(x)$:

$$f(x) := \text{IF}(x < -4, x - 1, d(x))$$

Problema:

Costruite il grafico delle seguenti funzioni definite a tratti:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} x^2 + 8x + 15 & \text{per } x \leq -2 \\ 3 & \text{per } -2 < x < 3 \\ -2x + 10 & \text{per } x \geq 3 \end{array} \right\} & \text{c) } h(x) = \left\{ \begin{array}{ll} x^2 + 6x + 5 & \text{per } x < 0 \\ x^2 - 6x + 5 & \text{per } 0 \leq x \leq 5 \\ x - 5 & \text{per } x > 5 \end{array} \right\} \\ \text{b) } g(x) = \left\{ \begin{array}{ll} -x + 1 & \text{per } x < 1 \\ x - 1 & \text{per } x \geq 1 \end{array} \right\} & \text{d) } i(x) = \left\{ \begin{array}{ll} -10 & \text{per } x < -5 \\ -\frac{4}{5}x + 3 & \text{per } -5 \leq x < \frac{7}{5} \\ 3 & \text{per } x \geq \frac{7}{5} \end{array} \right\} \end{array}$$