Esercitazione di laboratorio di matematica

Trasformazione di funzioni: la traslazione

Obiettivo dell'esercitazione: effettuare la traslazione di vettore V di una funzione utilizzando il programma applicativo derive.

Teoria: Nella geometria euclidea, una traslazione è una trasformazione che sposta tutti i punti di una distanza fissa nella stessa direzione.

Le equazioni per traslare il punto P(x,y) nel punto P'(x',y') di (c_1,c_2) sono:

$$(1) \qquad \begin{Bmatrix} x'=x+c_1 \\ y'=y+c_2 \end{Bmatrix}$$

La traslazione si può anche interpretare come addizione di un vettore costante $V=(c_1,c_2)$ ad ogni punto P(x,y), si ottiene cosi' P'(x',y') punto P traslato del vettore V:

$$(2) \qquad P'=V+P$$

Vogliamo calcolare l'espressione di una funzione y = f(x) traslata del vettore $V = (c_1,c_2)$ quindi descritta dalle equazioni (1), vogliamo trovare l'espressione:

$$(3) \qquad y' = f(x')$$

Per far questo risolviamo la (1) rispetto alla coppia (x,y), troviamo:

$$(4) \qquad \begin{Bmatrix} x=x'-c_1 \\ y=y'-c_2 \end{Bmatrix}$$

andiamo quindi a sostituire le (x,y) nella funzione di partenza y = f(x) ed eseguendo dei calcoli algebrici troviamo l'espressione nella forma (3), cioe' l'espressione della funzione traslata del vettore V.

Modalita' operative:
<u>Traslazione di un punto:</u>
Consideriamo il punto P(1,2) ed il vettore di traslazione V(1,1) otteniamo il punto traslato P'=P+V=(2,3)

Eseguiamo con derive i seguenti passaggi:

1. Definiamo il punto P: `p := [[1, 2]]`
2. Grafichiamo il punto P
3. Definiamo il vettore V: `v := [[1, 1]]`
4. Definiamo la traslazione: `PT := p + v`
5. Eseguiamo il calcolo con:"*Semplifica base*", otteniamo: `[[2, 3]]`
6. Grafichiamo il punto traslato

Esaminando il grafico osserviamo che sono presenti sul piano cartesiano due punti: P ed il suo traslato PT (P')

Traslazione di una funzione:

Consideriamo la funzione $y = x^2$ ed il vettore di traslazione V(1,1) cioe' le equazioni di traslazione:

$$\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y+1 \end{cases}$$

otteniamo la funzione traslata $y' = x'^2 - 2x' + 2$.

Eseguiamo con derive i seguenti passaggi:

1. Definiamo la funzione $y=x^2$: `y:=x^2`
2. Graficiamo la funzione y
3. Definiamo il sistema di equazioni della traslazione:
   `SOLVE([u = x + 1, w = y + 1], [x, y])`

N.B. Al posto della coppia(x',y') utilizziamo (u,w)

4. Eseguiamo il calcolo con:"Semplifica base", otteniamo:
   `[x = u - 1 ^ y = w — 1]`
   Questa e' il sistema (4) che ci serve per trovare l'espressione della funzione traslata.
5. Sostituiamo alla funzione di partenza il risultato ottenuto:
   `w — 1 = (u-1)^2`
6. Grafichiamo la funzione w (cioe' y')

Esaminando il grafico osserviamo che sono presenti sul piano cartesiano due funzioni: la y e la sua traslata w (cioe' y')

Problema:

Eseguire le traslazioni dei seguenti punti dati i vettori di traslazione:

```
a) P(1,2) V=(2,3), V(0,3), V(2,0)
b) P(0,-2) V=(1,2)
c) P(-1,1) V=(-1,-1), V(0,-1), V(-1,0)
```

Eseguire le traslazioni delle seguenti funzioni dati i vettori di traslazione:

```
d) y=x^2-2 V=(2,3), V(0,3), V(2,0)
e) y=x+2 V=(1,2)
f) y=sin(x) V=(0,2), V(π/2,0), V(π/2,0)
```

Riportate sul vostro foglio i punti e le funzioni ottenute ed loro grafici e tutti i commenti che ritenete opportuni.